MODUL 9: MASALAH-MASALAH KEPUTUSAN DAN BAHASA REGULAR

Masalah keputusan generik yang dapat dipecahkan oleh FA adalah masalah "keanggotaan" (*membership*) untuk suatu bahasa regular L:

- Untuk suatu string x apakah x anggota dari bahasa L?
- Untuk suatu FA M dan suatu string x apakah x diterima M? (apakah x anggota dari $L(M)$?)

Kedua contoh di atas amat jelas pemecahannya. Jalankan FA M dengan masukan x jika M berhenti di status menerima maka jawabannya adalah "ya" jika tidak maka "tidak". Mesin akan bekerja dalam $|x|$ langkah transisi. Contoh-contoh keanggotaan lain yang lebih kongkrit sebagai berikut.

1. Untuk suatu mesin FA M yang diberikan, apakah ada string masukan yang dapat diterimanya? (Untuk suatu FA M, apakah $L(M) = \varnothing$?)
2. Untuk suatu FA M, apakah $L(M)$ berhingga?
3. Untuk dua FA M_1 dan M_2, apakah ada string yang diterima oleh keduanya?
4. Untuk dua FA M_1 dan M_2, apakah keduanya menerima bahasa yang sama (Jadi $L(M_1) = L(M_1)$) ?
5. Untuk dua FA M_1 dan M_2, apakah $L(M_1)$ merupakan subset dari $L(M_2)$?
6. Untuk dua ekspresi regular r_1 dan r_2 apakah keduanya menspesifikasikan bahasa yang sama?
7. Untuk suatu FA M, apakah ia merupakan FA minimal yang menerima bahasa $L(M)$?

Apabila **pertanyaan 1** bisa dijawab maka selanjutnya **pertanyaan 3-6** bisa terjawab.

Pertanyaan 3 dapat dijawab ya jika string tsb anggota dari bahasa $L(M_1) \cap L(M_2)$. Untuk itu suatu mesin M yang dapat menerima $L(M_1) \cap L(M_2)$ dibuat sesuai pembahasan operasi himpunan yang telah dibahas dan $L(M) = L(M_1) \cap L(M_2)$. Kemudian pertanyaan 3 ini tereduksi menjadi pertanyaan 1, jika jawaban pertanyaan 1 "ya" maka jawaban pertanyaan 3 juga "ya", jika "tidak maka juga " tidak".

Pertanyaan 5 dapat dijawab dengan cara yang mirip yaitu membuat mesin M dimana $L(M) = L(M_1) - L(M_2)$. Kemudian, jika $L(M_1)$ merupakan subset dari $L(M_2)$ maka $L(M) = \varnothing$, dan pertanyaan ini menjadi pertanyaan 1.

Pertanyaan 4. Jika pertanyaan 5 bisa dijawab maka pertanyaan 4 juga bisa dijawab karena jika $L(M_1) = L(M_2)$ maka sekaligus $L(M_1) \subseteq L(M_2)$ dan $L(M_2) \subseteq L(M_1)$.

Pertanyaan 7 dengan sendirinya terjawab jika M diminimisasi menghasilkan M' lalu membandingkan jumlah statusnya. Jika tetap sama maka M sudah minimal.

Pertanyaan 6 dapat dijawab dengan membuat mesin M1 untuk r1 dan mesin M2 untuk r2 lalu pertanyaan ini dapat terjawab melalui pertanyaan 4.

Jadi sekarang tinggal pertanyaan 1 dan 2. Cara yang sederhana untuk **pertanyaan 1** adalah dengan memeriksa apakah dalam M himpunan status menerima A kosong atau tidak.

Bisa terjadi A tidak kosong, maka perlu diperiksa apakah semua status menerima itu reachable atau tidak. Secara teoritis ini dapat dijawab dengan membentuk himpunan status T_K yaitu himpunan status yang reachable dari q0 dengan setiap string dari $\{x \in \Sigma^* \mid |x| \le K\}$ sbb.

Untuk $k = 0$, $T_0 = (q_0)$.

Untuk $k = 1, 2, \ldots$ maka $T_k = T_{k-1} \cup \{d(q,a) \mid q \in T_{k-1}$ dan $a \in \Sigma\}$.

$T_K = T_k$ setelah $T_k = T_{k-1}$ yang artinya tidak ada lagi status lain yang reachable dari q_0 selain yang ada di T_K. Bila kemudian $T_K \cap A \neq \varnothing$ maka $L(M) \neq \varnothing$ dan pertanyaan 1 terjawab.

Sebagai masalah graph maka pencarian T_K tersebut pada dasarnya melakukan *graph traversal* secara *breath-first-search*. Taversal berhenti jika ada status menerima yang ditemukan atau semua status sudah ditraverse.

Jika jumlah status dalam M diketahui, misalnya n maka pertanyaan 1 juga dapat dijawab dengan mencoba semua string dengan panjang $\leq n$. Jika M tidak menerima satu pun string maka $L(M) = \varnothing$. Namun solusi ini tentu saja tidak efisien dan terlalu *simpleminded*.

Untuk menjawab **pertanyaan 2** solusi *simpleminded* seperti diatas tentu tidak dapat dilakukan begitu saja. Kita bisa coba-coba seperti di atas diiringi dengan memanfaatkan konsekuensi dari pumping-lemma dalam teorema asalnya yaitu jika M memiliki n status dan dan M menerima string yang panjangnya $\geq n$ maka $L(M)$ tak berhingga. Berapa banyak kah julah string yang perlu diperiksa? Ternyata tidak "terlalu banyak" karena berdasar pumping lemma juga ternyata jika $L(M)$ tak berhingga maka terdapat string $x \in L(M)$, dimana $n \leq |x| \leq 2n$.